# Parametri plazme i kolektivne interakcije u plazmi

3

# Sastav plazme

- **Kako smo definisali plazmu**?
  - Sistem sastavljen od naelektrisanih (ili delom neutralnih i delom naelektrisanih, jonizovanih) čestica, ali pod uslovom da fizičkim ponašanjem tog sistema dominira kolektivna interakcija uslovljena elektromagnetnim poljem koje potiče od svih prisutnih naelektrisanih čestica zajedno
- Na prvom mestu potrebno je na određeni način precizirati sastav plazme, tj. navesti sve vrste čestica koje se u njoj pojavlj: $A$, $e^-$, $A^+$, $A^{++}$, $A^*$, $(A^+)^*$, $A_2$
- Pojedine vrste čestica koje ulaze u sastav plazme zovu se njene **komponente** ili **konstituente**.

# Kvantitativni parametri plazme

- **koncentracija, $n_\alpha$**
- **temperatura, $T_\alpha$**
- **naelektrisanje, $e_\alpha$**
- **masa, $m_\alpha$**

Ako je $n_\alpha$ broj čestica vrste $\alpha$ po jedinici zapremine, onda je $\sum_\alpha n_\alpha$ ukupan broj čestica po jedinici zapremine (sumiranje se vrši po svim vrstama čestica). Ako jedinica zapremine sadrži $n_\alpha$ čestica uočene vrste, onda jednoj čestici te vrste stoji u srednjem na raspolaganju zapremina $n_\alpha^{-1}$, pa ako tu zapreminu zamislimo kao minijaturnu kocku, dužina ivice te kocke, $d_\alpha = n_\alpha^{-1/3}$, biće istovremeno i srdenje rastojanje između čestica vrste $\alpha$. Slično tome, $d = n^{-1/3} = \left(\sum_\alpha n_\alpha\right)^{-1/3}$ predstavljaće srednej rastojanje između bilo koje dve čestice plazme

# Temperatura, $T_\alpha$

- Temperatura $T_\alpha$ svih komponenata jedne plazme ne moraju biti nužno jednake.
- **Termodinamički ravnotežna plazma** – ako su sve temperature jednake i ako ne postoje nikakvi gradijenti temperatura i koncentracija.
- **Izotermna plazma** – ako sve temperature $T_\alpha$ međusobno u jednake u svakoj tački oblasti koju zauzima plazma, ali postoje gradijenti temperature (tj. razlike temperaturi od tačke do tačke).
- **Neizotermna plazma** – ako su temperature pojedinih komponenata različite čak i u istoj tački.
- **Niskotemperaturna** (<=$10^5$ K, 10 eV) (jonosfera, munja, severna svetlost)
- **Visokotemperaturna plazma** (>$10^6$ K, 100 eV) (stelarna plazma)

# Odnos plazme prema okolini

- Odnos plazme prema okolini određen je u prvom redu *karakterističnim dimenzijama oblasti* koju ona zauzima (ako je sfrena plazma to je onda poluprečnik sfere, u slučaju cilindrične geometrija to je poluprečnik osnove, dok za sloj plazme karakterističnu dužinu predsravlja debljina sloja.
- Karakterističnu dužinu oblasti koju zauzima plazma obeležavaćemo sa D.
- Za odnos plazme prema okolini važna su i *spoljašnja polja* (električno, magnetno, gravitaciono).

# Kolektivne interakcije u plazmi

- Koja je osnovna razlika između neutralnog gasa i gasne plazme?
- Šta je kolektivna interakcija?
- Kolektivna interakcija kod plazme  je prouzrokovana Kulon-ovim (Coulomb) silama
- Uporediti zavisnost Kulon-ovog i Van der Vals-ovog (Van der Wals) potencijala od rastojanja.

# Makroskopska kvazineutralnost

- Jedna najupadljivija posledica postojanja kolektivne interakcije prouzrokovane elektromagnetnim silama je **tendencija plazme ka električnoj neutralnosti, tj. stanju u kome je zapreminska gustina naelektrisanja jednaka nuli**.
- Kad se ispoljava ova tendencija? (Odgovor: kad se razmatraju dovoljno velike zapremine plazme i dovoljno veliki intervali vremena).
- Ovakva tendecija plazme se označava kao **makroskopska kvazineutralnost**.
- Šta treba podrazumevati pod “dovoljno velikom” zapreminom i pod “dovoljno velikim” intervalom vremena?

# Objašnjenje za ovakvo ponašanje plazme

- Lokalno nastajanje viška pozitivnog ili negativnog naelektrisanja, do koga bi moglo doći usled termalnog kretanja u plazmi, praćeno je uspostavljanjem veoma intenzivnih električnih polja, i ova polja sputavaju skoro svako kretanje koje bi imalo kao rezultat dalje povećanje prostornog naelektrisanja.

# Jedan primer

- *Posmatrajmo plazmu koja se sastoji od elektrona i samo jedne vrste pozitivno naelektrisanih jona, i neka su koncentracija ovih čestica $10^{19}$ čestica po $m^3$ . Neka je temperatura plazme ~70000K, što odgovara srednjoj energiji termalnog kretanja od ~6 eV po čestici. Uočimo u toj plazmi sferu radijusa 1 cm i izračunajmo koliki bi se potencijal uspostavio na njenoj površini ako bi se desilo da, zbog termalnog kretanja, iz nje itađe samo 0.1 % prisutnih elektrona.*

- *Uputstvo: koristiti formulu za potencijal na površini sfere*

# Rešenje

- R-poluprečnik sfere, Q je ukupno naelektrisanej sfere
- $e=+1.6x10^{-19}$ C

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e\left(n_i - n_e\right)\frac{4}{3}\pi R^3}{R} = \frac{R^2}{3\varepsilon_0} e\,\Delta n \approx 6000\,\mathrm{V}$$

- Da bi savladali ovaj potencijal, elektroni bi morali imati energiju od oko 6 keV, što je oko hiljadu puta više od energije termalnog kretanja koju oni zapravo imaju pri navedenoj temperaturi.
- U sferi radijusa 1 cm ne može, dakle, razlika između broja pozitivnih jona i broja elektrona dostići 0.1 %; pod datim uslovima ona može biti najviše 0.0001% jer će već tada, pri srednjoj energiji od 6 eV, uspostavljeni potencijal zakočiti svako dalje izlaženje elektrona iz uočene sfere.
- Ponavljanjem gornjeg računa lako možemo naći da bi, u posmatranoj plazmi, iz sfere 0.1 mm mogao izaći 1 % od ukupnog broja elektrona, a iz sfere 0.01 mm bi mogli izaći svi elektroni, pošto bi se na površini sfere u oba slučaja uspostavio potencijal od 6 V.

# Makroskopska elektroneutralnost

- Prethodni primer ilustruje tendenciju plazme ka makroskopskoj elektroneutralnosti, kao i okolnost da se ova tendencija sve manje ispoljava ukoliko se posmatraju manje zapremine.
- Uslov makrskopske elektroneutralnosti možemo napisati kao

$$\sum_{\alpha} e_{\alpha} n_{\alpha} = 0$$

(vodeći računa o činjenici da je on zadovoljen *samo ako se posmatraju dovoljno velike zapremine* (ukoliko je posmatrana zapremina veoma mala, mogućnost razdvajanja pozitivnih i negativnih naelektrisanja postaje veća).

# Debaj-ev (Debye) radijus plazme

- Da bismo utvrdili šta ovde treba podrazumevati pod izrazima "**dovoljno velika**" i "**veoma mala**", posmarajmo plazmu koja ima *n* elektrna (i isto toliko pozitivnih jona) po jedinici zapremine. Pretpostavimo da je ova plazma izotermna i da je njena temperatura *T*, tako da je srednja energija termalnog kretanja *kT* po čestici.
- *Zadatak*: ***Izračunati maksimalni radijus $R_D$ sfere iz koje bi mogli izaći svi elektroni zahvaljujući energiji termalnog kretanja, sve dok ih uspostavljeni potencijal u tome ne spreči.***

# Rešenje

$$e\varphi\left(R_D\right) = kT$$

$$\varphi\left(R_D\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{en\frac{4}{3}\pi R_D^3}{R_D} = \frac{1}{3\varepsilon_0}enR_D^2$$

$$R_D = \sqrt{3}\sqrt{\frac{\varepsilon_0 kT}{e^2 n}} \cong \sqrt{\frac{\varepsilon_0 kT}{e^2 n}}$$

$$r_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 kT}{e^2 n}}$$

# Šta predstavlja Debaj-ev radijus plazme?

- Debaj-ev radijus plazme daje red veličine one sfere (tzv. Debaj-eve sfere) iz koje bi usled termalnog kretanja mogle izaći sve čestice jednog znaka naelektrisanja pri datoj koncentraciji $n$ i datoj temperaturi $T$ plazme.
- O elektroneutralnosti plazme može se, dakle, govoriti jedino ako se imaju u vidu zapremine čije su linearne dimenzije znatno veće od Debaj-evog radijusa te plazme.

# Za domaći

Zadatak: *Proceniti numeričku vrednost za Debye-ov radijus za plazmu kod koje je $n \sim 10^{19}$ čestica po $m^3$ i $T \sim 4.10^7$ K . Uporediti vrednost Debaj-evog radijusa sa srednjim rastojanjem među česticama plazme. Proceniti broj elektrona u Debaj-evoj sferi.*

Pitanje: *Zašto vrednost za Debye-ev radijus raste sa temperaturom, a opada sa porastom koncetracije plazme?*

# Korisne formule za račun

- $\boldsymbol{\lambda_D = 69\ (T/n)^{1/2}}$ (jedinica za $\lambda_D$ je metar, temperatura T je u stepenima K).

- $\boldsymbol{\lambda_D = 7430\ (kT/n)^{1/2}}$ (jedinica za $\lambda_D$ je metar, energija termalnog kretanja kT je u eV).
- Broj čestica u “Debaj-evoj sferi”:

$$N_D = n\frac{4}{3}\pi\lambda_D^3 = 1.38\cdot 10^6 T^{3/2} / n^{1/2}$$

# Efektivni Debaj-ev radijus

- U slučajevima znatnijeg odstupanja od termodinamičke ravnoteže potrebno je razlikovati Debaj-ev radijus za svaku vrstu čestica ponaosob:

$$r_{D\alpha} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k T_\alpha}{e_\alpha^2 n_\alpha}} \qquad r_{D\alpha} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \bar{W}_\alpha}{e_\alpha^2 n_\alpha}}$$

- U takvim slučajevima se uvodi <u>efektivni Debaj-ev radijus</u> plazme kao celine i on se nalazi na osnovu relacije

$$r_D = \left( \sum_\alpha \frac{1}{r_{D\alpha}^2} \right)^{-1/2}$$

# Plazmene oscilacije

- Šta se dešava na mestu lokalnog narušavanja elektroneutralnosti plazme?

- Pretpostavimo da je iz jedne male sfere (čiji je radijus ipak znatno veći od efektivnog Debye-ovog radijusa posmatrane plazme) izašao izvestan broj elektrona, zahvaljujući haotičnosti termalnog kretanja.

# Objašnjenje

- U unutrašnjosti sfere postoji, dakle, pozitivno prostorno naelektrisanje.
- Usled veoma jakog elektrostatičkog polja koje se javlja u tom slučaju u blizini sfere, izašli elektroni će se zaustaviti i počeće se vraćati.
- U momentu dolaska na površinu sfere njihova $E_k$ im neće dozvoliti da se tu zaustave, već će nastaviti kretanje ka njenom centru, oko koga će se ubrzo formirati oblast sa viškom negativnog prostorng naelktrisanja.
- Elektrostatičke sile koje će se pri tom javiti, odbijaće elektrone iz sfere napolje.
- Ceo proces se periodički ponavlja.

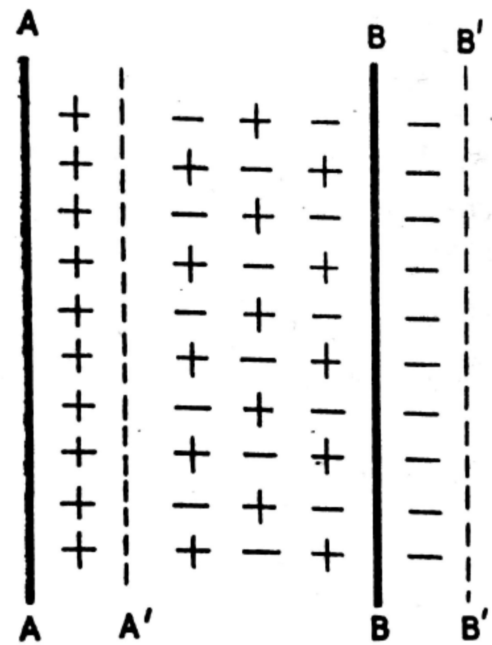
# <u>Elektronske plazmene oscilacije</u>

- Zaključak: u plazmi, na mestu lokalnog narušavanja elektroneutralnosti plazme, se razvijaju tipične <u>elektrostatičke oscilacije</u> (oscilacije gustine prostornog naelektrisanja i električnog polja određenog ovom gustinom), koje se preciznije nazivaju <u>**elektronske plazmene oscilacije**</u>.

- *Kako izračunati frekvenciju ovih oscilacija?*

# Elektronska plazmena frekvencija

- Posmatrajmo sloj plazme između dve dosta bliske ravni, AA i BB. Pretpostavimo, radi jednostavnosti, da su elektroni u masi krenuli nadesno i obrazovali tanak sloj sa negativnim prostornim naelektrisanjem BBB'B' debljine *x*. S druge strane uočenog sloja se, onda, obrazovao sloj AAA'A' iste debljine, ali sa pozitivnim naelektrisanjem. Ceo uočeni sloj se ponaša kao jedan pločasti kondenzator.



# <u>Model pločastog kondenzatora</u>

- Polje između "ploča": E = $\sigma/\varepsilon_o$
- Površinska gustina naelektrisanja: $\sigma = en_e x$
- Jednačina kretanja elektrona:

$$m_e\ddot{x} = -eE = -\frac{1}{\varepsilon_0}e^2 n_e x \qquad \ddot{x} + \frac{e^2 n_e}{\varepsilon_0 m_e}x = 0$$

- Ova dif. jednačina opisuje harmonijsko oscilovanje sa frekvencijom

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{e^2 n_e}{\varepsilon_0 m_e}}$$

- Dobijena <u>*elektronska plazmena frekvencija*</u> zavisi, kao što se vidi, samo od koncetracije elektrona.
- Kod većine lab. plazmi ova frekvencija se nalazi u intervalu od nekoliko stotina megaherca do nekoliko teraherca.

# <u>Analiza</u>

- I za ostale naelektrisane vrste čestica plazme mogu se uvesti analogne frekvencije, tzv. <u>*jonske plazmene frekvencije*</u>

$$\omega_{p\alpha} = \sqrt{\frac{e_\alpha^2 n_\alpha}{\varepsilon_0 m_\alpha}}$$

- Koje plazmene frekvencije su niže, jonske ili elektronske?
- <u>Plazmene frekvencije zavise samo od koncentracija odgovarajućih vrsta čestica u plazmi, a ne zavise od njihovih temperatura</u>: to je i shvatljivo, jer se te frekvencije mogu shvatiti kao merilo brzine reagovanja plazme na sopstveno mikroskopsko elektromagnetno polje, nastalo zbog fluktuacija u termalnom kretanju njenih čestica, a to polje je određeno u prvom redu gustinama naelektrisanja pojedinih komponenata.

# Zaključak

- Razdvajanje pozitivnih i negativnih naelektrisanja u plazmi nisu potpuno nemoguća, čak i kad se radi o zapreminima većim od “Debye-ove sfere”, ali su ta razdvajanja veoma kratkotrajna. Vreme njihovog trajanja je vrlo približno jednako periodu elektronskih plazmenih oscilacija, a ovaj iznosi oko $10^{-9}$ s. Prema tome makroskopska kvazineutralnost plazme će se moći ispoljiti u vremenskim intervalima znatno većim od spomenutog perioda.
- Veza između Debye-ovog radijusa i plazmene frekvence:

$$v_{T\alpha} = \omega_{pe} \cdot r_{D\alpha}$$

- Termalna brzina pojedinih vrsta čestica $v_{T\alpha} = \sqrt{\frac{k\,T_\alpha}{m_\alpha}} \equiv \sqrt{\frac{\bar{W}_\alpha}{m_\alpha}}$